文章编号:1002 —1566(2003) 02 —0022 —05

基于标准差和平均差的权系数确定方法及其应用[* **]

王应明[1] , 张军奎[2]

(1. 福州大学公共管理学院 福州 350002 ;2. 厦门大学总务处 ,厦门 ,361005)

摘 要:本文以工业经济效益的综合评价为应用背景 ,提出了一种确定多指标决策权系数的新方法 ——标准差和平均差极大化方法。运用该方法进行多指标决策和评价 ,概念清楚、涵义明确 ,决策和评价结果准确、可信、不具有主观随意性。

关键词:多指标决策;经济效益评价;标准差;平均差;加权系数

中图分类号:O212 **文献标识码**:A

A method based on standard and mean deviations for determining the weight coefficients of multiple attributes and its applications

WANG Ying-ming

(Management School of Xiamen University ,Xiamen 361005 ,China)

Abstract : This paper takes the evaluation of overall industrial economic benefits and proposes a new method for multiattribute decision by maximizing standard and mean deviations of multiple indices. Using the new method to make decision , the exact and reliable evaluation results without subjectivity can be reached. Besides , the new method also has explicit concepts and a wide range of applications.

Key words : Multiattribute decisions; Economic benefit Evaluations; Standard Deviations; Mean Deviations; Weight coefficients

一、引 言

研究和应用中经常会碰到经济效益的综合评价问题 ,经济效益的综合评价(或排序) 本质上是一个多指标决策问题 ,也称多属性决策、多准则决策或有限方案多目标决策等。有关多指标决策的理论 ,目前已取得不少研究成果 ,但还很不完善。经济效益的综合评价 ,尤其强调方法的简单和实用。本文从标准差和平均差极大化角度探讨了多指标决策问题 ,提出了一种确定多指标决策权系数的简单方法 ——标准差和平均差极大化方法。该方法应用于工业经济效益的综合评价 ,能够取得比较好的评价结果 ,而且概念清楚、涵义明确、算法简单 ,具有一定的推广和实用价值。

二、标准差和平均差极大化方法原理

设多指标决策问题的方案集为 $A = \{A_1 , A_2 , \cdots, A_n\}$,指标集(也称目标集、属性集) 为 G =

* 收稿日期:
** 本项目获霍英东教育基金会资助(项目号:71080)

$\{G_1, G_2, \cdots, G_m\}$,方案 A_i 对指标 G_j 的属性值(指标值)记为 $y_{ij}(i = 1,2,\cdots,n; j = 1,2,\cdots,m)$,矩阵 $Y = (y_{ij})_{n\times m}$表示方案集 A 对指标集 G的“属性矩阵”,俗称“决策矩阵”。通常,指标有“效益型”指标、“成本型”指标、“固定型”指标和“区间型”指标之区别。所谓效益型指标是指属性值愈大愈好的指标,如资金产值率、资金利税率、全员劳动生产率等;所谓成本型指标是指属性值愈小愈好的指标,如流动资金占用额、流动资金周转天数等;所谓固定型指标是指属性值既不能太大又不能太小,而以稳定在某个固定值为最佳的一类指标,家用电器稳压器的稳压性能指标就属于这类指标,另外,财务评价中的资产负债率指标也可以看成是这类指标,因为从债权人角度看,为了放债的安全,希望资产负债越小越好,但从投资者角度来看,只要企业债务利息率低于企业资产报酬率,自然也就希望资产负债率高一些,但过高又会影响企业的筹资能力,从国家税收的角度来看,由于负债支付的利息在税前开支,负债越大,收取的所得税越少,因此,我们可以权衡各方面的利益确定出一个最优的资产负债率;所谓区间型指标是指属性值以落在某个固定区间内为最佳的一类指标,国家标准中规定的等级划分通常都属于这类指标,财务评价中的流动比率指标也可以看成是这类指标,因为从债权人的角度,希望流动比率越高越好,一般都要求在 200 %以上,这样资产的流动性较大,短期偿债能力越强,然而从理财的角度来看,过高的流动比率可能意味着企业运用资金的效率不高或过于稳健的财务策略,因此,我们可以权衡各方面的利弊给流动比率指标确定出一个最合适的区间。根据指标类型的不同,我们对指标集 G作如下的划分:

$$G = \bigcup_{i=1}^{4} \Omega_i \quad 且\ \Omega_i \cap \Omega_j = \Phi \qquad i,j = 1,2,3,4; i \neq j \tag{1}$$

式中:$\Omega_i(i = 1,2,3,4)$分别为效益型指标集、成本型指标集、固定型指标集和区间型指标集;Φ 为空集。

一般而言,不同的评价指标往往具有不同的量纲和量纲单位,为了消除量纲和量纲单位不同所带来的不可公度性,决策之前首先应将评价指标无量纲化处理。然而,评价指标类型不同,无量纲化处理方法也将不同,即使是同类型的评价指标,也存在着不同的无量纲化方法,本文采用下面的无量纲化处理方法:

对于效益型指标,令

$$Z_{ij} = y_{ij} / y_j^{max} \qquad i = 1,2,\cdots,n; \quad j \in \Omega_1 \tag{2}$$

式中:y_j^{max} 为 G_j 指标的最大值。

对于成本型指标,令

$$Z_{ij} = y_j^{max} / y_{ij} \qquad i = 1,2,\cdots,n; \quad j \in \Omega_2 \tag{3}$$

式中:y_j^{max} 为 G_j 指标的最小值。

对于固定型指标,令

$$Z_{ij} = \begin{cases} y_{ij} / y_j^* & y_{ij} \le y_j^* \\ y_j^* / y_{ij} & y_{ij} > y_j^* \end{cases} \qquad i = 1,2,\cdots,n; \quad j \in \Omega_3 \tag{4}$$

式中:y_j^* 为 G_j 指标的最佳稳定值。

对于区间型指标,令

$$Z_{ij} = \begin{cases} y_{ij} / q_{ij} & y_{ij} < q_{1j} \\ 1 & y_{ij} \in [q_{1j}, q_{2j}] \\ q_{2j} / y_{ij} & y_{ij} > q_{2j} \end{cases} \qquad i = 1,2,\cdots,n; \quad j \in \Omega_4$$

式中:$[q_{1j}, q_{2j}]$ 为 G_j 指标的最佳稳定区间。 (5)

记无量纲化处理后的决策矩阵为 $Z = (Z_{ij})_{n\times m}$,显然,Z_{ij}总是愈大愈好。设评价指标间的加权向量为 $W = (W_1, W_2, \cdots, W_m)^T > 0$,并满足单位化约束条件:

$$\sum_{j=1}^{m} W_j^2 = 1 \tag{6}$$

在加权向量 W 的作用下,构造加权规范化决策矩阵:

$$C = \begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \\ \cdots \\ A_n \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} G_1 & G_2 & \cdots & G_m \end{array} \\ \begin{bmatrix} W_1 Z_{11} & W_2 Z_{12} & \cdots & W_m Z_{1m} \\ W_1 Z_{21} & W_2 Z_{22} & \cdots & W_m Z_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ W_1 Z_{n1} & W_2 Z_{n2} & \cdots & W_m Z_{nm} \end{bmatrix} \end{array} \tag{7}$$

根据简单加性加权法(SAW),各决策方案 A_i 的多指标加权评价值为:

$$D_i(W) = \sum_{j=1}^{m} Z_{ij} W_j \qquad i = 1,2,\cdots,n \tag{8}$$

很显然,$D_i(W)$ 总是愈大愈好,$D_i(W)$ 愈大表明决策方案 A_i 愈优。因此,在加权向量 W 已知的情况下,根据上述公式可以很容易地对各决策方案进行决策或排序。下面就来进一步讨论加权向量 W 的确定方法。如果 G_j 指标对所有决策方案而言均无差别(无差异),则 G_j 指标对所有决策方案而言将起完全相同的作用,对方案的决策或排序将不会产生任何影响。显然,这样的评价指标完全可以从评价指标体系中剔除,也就是说,可令其权系数为 0;反之,如果 G_j 指标能使所有决策方案的属性值有较大差异,这样的评价指标对方案的决策与排序将起着不可忽视的作用,不但不能被剔除,而且还应给予较大的权系数(实际决策的时候,还应考虑指标本身的重要性,这里假定所有评价指标都很重要)。指标属性值的差异,我们可以用标准差和(或)平均差来衡量。对于 G_j 指标而言,由加权规范化决策矩阵 C 可得到各决策方案属性值的标准差和平均差分别为:

$$S_j = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(Z_{ij}W_j - \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}Z_{kj}W_j\right)^2} = W_j\sigma_j \qquad j = 1,2,\cdots,m \tag{9}$$

$$V_j = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|Z_{ij}W_j - \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}Z_{kj}W_j\right| = W_j\mu_j \qquad j = 1,2,\cdots,m \tag{10}$$

其中

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Z_{ij} - \bar{Z}_j)^2} \qquad j = 1,2,\cdots,m \tag{11}$$

$$\mu_j = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|Z_{ij} - \bar{Z}_j\right| \qquad j = 1,2,\cdots,m \tag{12}$$

$$\bar{Z}_j = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Z_{ij} \qquad j = 1,2,\cdots,m \tag{13}$$

分别为不考虑加权系数 W 时 G_j 指标的标准差、平均差和平均值。根据前面的分析,加权向量 W 的选择应使所有评价指标的总标准差和(或)总平均差最大,为此,我们构造目标函数为:

$$\max F(W) = \sum_{j=1}^{m}(\alpha s_j(W) + \beta V_j(W)) = \sum_{j=1}^{m}W_j(\alpha\sigma_j + \beta\mu_j) \tag{14}$$

式中:

$$\alpha + \beta = 1 \qquad \alpha > 0, \beta > 0 \tag{15}$$

α 和 β 体现为决策人的偏好,$\alpha = 0$ 表示决策人只考虑平均差而不考虑标准差,$\beta = 0$ 表示决策人只考虑标准差而不考虑平均差,α 和 β 均不为 0 时表示标准差和平均差两者兼而考虑。很显然,求解加权向量 W 等价于求解如下最优化问题:

$$\max F(W) = \sum_{j=1}^{m}W_j(\alpha\sigma_j + \beta\mu_j) \tag{16}$$

$$\text{s.t.} \qquad \sum_{j=1}^{m}W_j^2 = 1 \tag{17}$$

解此最优化模型得到

$$W_j^{*} = \frac{\alpha\sigma_j + \beta\mu_j}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m}(\alpha\sigma_j + \beta\mu_j)^2}} \qquad j = 1,2,\cdots,m \tag{18}$$

理论上恒可以证明 $W^{*} = (W_1^{*}, W_2^{*}, \cdots, W_m^{*})^T$ 为目标函数 $F(W)$ 的唯一极大值点。由于传统的加权向量一般都是满足归一化约束条件而不是单位化约束条件,因此,在得到单位化加权向量 W^{*} 之后,为了与人们的习惯用法相一致,还可以对 W^{*} 进行归一化处理,即令:

$$\widetilde{W}_j^{*} = W_j^{*} \Big/ \sum_{j=1}^{m} W_j^{*} \qquad j = 1,2,\cdots,m \tag{19}$$

由此得到:

$$\widetilde{W}_j^{*} = \frac{\alpha\sigma_j + \beta\mu_j}{\sum_{j=1}^{m}(\alpha\sigma_j + \beta\mu_j)} \qquad j = 1,2,\cdots,m \tag{20}$$

归一化处理的结果对方案决策和排序不产生任何影响。

综上所述,多指标决策或排序的方法和步骤可以归纳为:

(1) 根据评价指标类型构造规范化决策矩阵 $Z = (Z_{ij})_{n \times m}$;

(2) 根据标准差和平均差极大化原理计算最优加权向量 W^{*},同时计算各决策方案 A_i 的多指标加权评价值 $D_i(W^{*})$ $(i = 1,2,\cdots,n)$;

(3) 根据各决策方案多指标加权评价值的大小,对多指标决策或排序问题作出评价比较和排序分析。

三、应用举例

本文以《中国工业经济统计年鉴》1993 年提供的全国 16 个省、直辖市主要工业经济效益指标的统计资料[1]为基础数据进行经济效益的评价比较和排序分析。很显然,此类问题是一个典型的多指标决策与排序问题,已知方案集为 A = {北京,天津,上海,江苏,…,山西},共有 16 个决策方案,指标集 $G = \{G_1, G_2, \cdots, G_5\}$,其中 G_1:全员劳动生产率(元/人),G_2:资金利税率(%),G_3:百元销售收入实现利润(元),G_4:百元工业产值占用流动资金(元),G_5:产值利税率(%),共 5 个评价指标,除百元工业产值占用流动资金为成本型指标外,其余均为效益型指标,各指标的原始数据如表 1 所示。根据本文提供的标准差和平均差极大化决策方法,通过模型运算分别得到下列几组评价指标间的加权向量:

第一组 $\alpha = 0, \beta = 1, W^{*} = (0.6152, 0.3983, 0.4905, 0.3121, 0.3534)^T$;

第二组 $\alpha = 1, \beta = 0, W^{*} = (0.5685, 0.4191, 0.5334, 0.2916, 0.3628)^T$;

第三组 $\alpha = 0.5, \beta = 0.5, W^{*} = (0.5897, 0.4101, 0.5145, 0.3009, 0.3588)^T$。

由于三组加权向量对本案例的排序结果完全一致,在此仅以第三组加权向量为例进行分析。第三组加权向量经过归一化之后有 $W^{*} = (0.2712, 0.1886, 0.2367, 0.1384, 0.1651)^T$,在此加权向量的作用下,各省、直辖市在 1992 年度的工业经济效益综合评价值及其排序号如表 1 最后两列所示。

从表 1 中的评价结果可以看出,北京作为我国的政治、经济和文化中心,其工业经济效益水平相当不错,名列 16 个省、直辖市之榜首,显示出其雄厚的经济基础和实力;上海作为我国的工业大城市,其工业经济效益水平仅次于北京,位居第 2 位;排名前 10 位的其他省市依次是广东、浙江、福建、江苏、湖北、天津、山东和河南,其中绝大多数均为我国沿海开放省市,这在一定程度上反映了改革开放以来,我国沿海地区经济比较发达、经济效益相对较好;排名最后的

5 个省份依次为安徽、山西、河北、辽宁和江西,大部分为我国的革命老区和内陆省份,由于基础薄弱、设备陈旧老化、资金匮乏、管理水平差等众多主客观因素的影响,其工业经济效益水平相对较差。以上评价结论是仅就 1992 年度而言的,不排除个别省份排序的偶然性,但总的来讲,评价结论与人们的直观判断和习惯认识基本一致,有一定的可信度和决策参考价值。除此之外,笔者还进行了大量的仿真评价与决策,均取得了比较满意的评价效果,限于篇幅,此处略。

表 1:　　1992 年全国部分省、直辖市主要工业经济效益指标及其排序

评价指标 / 省、市	0.2712 全员劳动生产率(元/人)	0.1886 资金利税率(%)	0.2367 百元销售收入实现利润(元)	0.1384 百元工业产值占用流动资金(元)	0.1651 产值利税率(%)	评价值 $D_i(W)$	排序号
北京	47177	16.61	8.89	31.05	15.77	0.9073	1
天津	43323	9.08	3.65	29.8	8.44	0.5920	8
上海	59023	13.84	6.606	26.55	12.87	0.8415	2
江苏	46821	10.59	3.51	22.46	7.41	0.6448	6
浙江	41646	13.24	4.64	24.33	9.33	0.6907	4
安徽	26446	10.16	2.38	26.8	9.85	0.5194	12
福建	38381	11.97	4.79	26.45	10.64	0.6687	5
广东	57808	10.29	4.45	23.00	9.23	0.7351	3
辽宁	28869	7.68	2.12	31.08	9.05	0.4711	15
山东	38812	8.92	3.38	25.68	8.73	0.5821	9
湖北	30721	10.87	4.15	30.36	11.44	0.5972	7
湖南	24848	10.77	2.42	30.71	11.37	0.5223	11
河南	26925	9.34	3.06	30.11	10.84	0.5280	10
江西	23269	8.25	2.58	32.57	8.62	0.4550	16
河北	28267	8.13	3.17	29.25	9.17	0.5089	14
山西	21583	7.41	4.66	35.35	11.27	0.5133	13

[参考文献]

[1] 国家统计局工业交通统计司.《中国工业经济年鉴》(1993) [M]. 北京:中国统计出版社.

上接第 13 页

[参考文献]

[1] Bollerslev, Tim/ Chou, Ray Y./ Kroner, Kenneth F. ARCH Modeling in Finance[J]. Journal of Econometrics. Nelson, Daniel(1992).

[2] Engle, Robert F. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U K inflation, [J] Econometrica. (1982)

[3] Nelson, Daniel B. Conditional Heteroskedasticity in Asset Return: A New Approach, [J] Econometrica(1991).

[4] Kai - LiWang, christopher - Fawson, An Examination of Conditional Heteroskedasticity Time Series Models in Asian Country Case. [J]

[5] 徐剑刚、唐国兴:我国股票市场报酬与波动的 GARCH - M 模型[J]. 数量经济技术经济研究, 1995(12).

[6] 孙传忠、安鸿志、吴国富:ARCH 模型及其应用发展[J]. 数理统计与应用概率, 1995(4).